

Aufgabe 2.

In dieser Aufgabe zeigen wir Ihnen die Zahlen 1 bis 10. **Teilen Sie uns bitte für jede Zahl mit, was Sie denken:** Wie wahrscheinlich ist es, dass die Zahl, die Sie sehen, Ihrem Rang entspricht? Wie wahrscheinlich ist es, dass die Zahl eine von diesem unabhängige Zufallszahl ist?

Erinnerung: Rang 1 wurde den Teilnehmenden mit dem *höchsten Ergebnis* im IQ-Test zugewiesen, Rang 10 wurde den Teilnehmenden mit dem *niedrigsten Testergebnis* zugewiesen. (Sie können die Definition auf der ersten Seite der Anleitung nachlesen, die Sie vor der ersten Aufgabe von Teil 2 erhalten haben.)

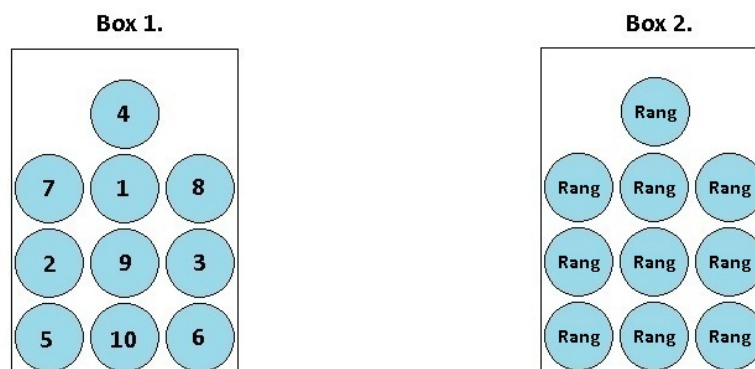
Das Verfahren

Es gibt zwei Boxen. Jede davon beinhaltet 10 nummerierte Kugeln.

In der ersten Box sind die Kugeln von 1 bis 10 nummeriert, wobei **jede Zahl genau einmal auftritt**. Diese Box sehen Sie auf der linken Seite im unteren Bild.

In der zweiten Box **steht auf allen 10 Kugeln dieselbe Zahl**. Diese Zahl entspricht Ihrem Rang, der in der Anleitung für die vorherige Aufgabe definiert wurde.

Die zweite Box sehen Sie auf der rechten Seite im Bild unten. Anstelle des Wortes „Rang“ wird dort die Zahl auf die Kugel geschrieben sein, die Ihrem Rang entspricht.



Stellen Sie sich vor, das Computerprogramm **zieht zufällig eine Kugel** aus einer der Boxen. Die Kugel kann aus jeder der beiden Boxen mit der Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{2}$ gezogen werden. Das heißt, dass die Ziehung aus Box 1 und die Ziehung aus Box 2 **gleich wahrscheinlich** sind.

Ihre Aufgabe ist es, **uns mitzuteilen, was Sie denken**, wenn die gezogene Zahl zum Beispiel „4“ ist: Wie wahrscheinlich ist es, dass diese Zahl aus Box 2 kommt und gleich Ihrem Rang ist? Wie wahrscheinlich ist es, dass diese Zahl eine Zufallszahl aus Box 1 ist?

Sie haben 10 Fragen dieser Art zu beantworten: für jede Zahl zwischen 1 und 10.

Es ist wichtig das Sie Ihre Antwort geben, **als hätten** Sie die Kugel gesehen, denn Ihre Antworten sind **nicht** ohne Konsequenzen. Obwohl Sie die Auslosung nicht sehen werden, wird das Computerprogramm eine Box zufällig auswählen und eine Kugel aus dieser ziehen. Ihre Bezahlung beruht auf der Entscheidung, die Sie für genau diejenige Zahl, die aus der Box gezogen wurde, getroffen haben.

In anderen Worten, eine der Entscheidungen, die Sie treffen, wird mit Sicherheit berücksichtigt, und Ihre Bezahlung beruht auf dieser Entscheidung.

Ihre Entscheidung

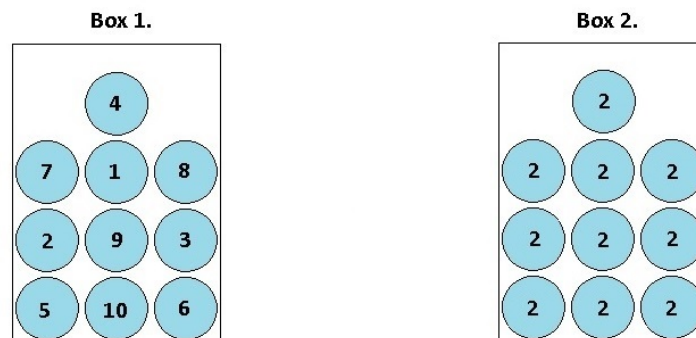
Sie erhalten **100 Punkte** für jede Entscheidung. Sie müssen diese zwischen Box 1 und Box 2 verteilen. Die Verteilung sollte Ihre Einschätzung widerspiegeln:

Je sicherer Sie sich sind, dass die Kugel aus einer der Boxen kam, desto mehr Punkte sollten Sie an diese Box verteilen.

Null Punkte für eine Box heißt: „Ich bin sicher, dass die Zufallszahl nicht aus dieser Box kommt.“ 100 Punkte für eine Box heißt: „Ich bin sicher, dass die Zufallszahl aus dieser Box kommt.“

Beispiel 1

Der Rang von Person A ist Rang 2. Auf allen Kugeln in Box 2 steht deshalb die Zahl „2“, wie in dem Bild unten. Im folgenden Beispiel nehmen wir an, dass **Person A weiß, dass ihr Rang 2 ist.**



Wenn Person A eine Kugel mit der Zahl „4“ (oder irgendeine andere Zahl außer der „2“) sieht, wird sie **100 Punkte an Box 1** und **0 Punkte an Box 2** verteilen.

Es ist sicher, dass die Kugel mit der Zahl „4“ aus Box 1 gezogen wurde. In der zweiten Box gibt es keine andere Zahl als die „2“, also kann die „4“ nicht aus Box 2 gezogen worden sein.

Wenn Person A eine Kugel mit der Zahl „2“ sieht, wird sie **9 Punkte an Box 1** und **91 Punkte an Box 2** verteilen. Wie trifft sie ihre Entscheidung?

Es gibt **10-mal so viele Kugeln** mit der Zahl „2“ in Box 2 wie in Box 1. Deshalb ist es **10-mal so wahrscheinlich**, dass die Kugel mit der Zahl „2“ aus Box 2 kommt. Die Anzahl der verteilten Punkte soll dies widerspiegeln. Person A wird somit 9 Punkte an Box 1 und 10-mal so viele (90 Punkte) an Box 2 verteilen.

Ein Punkt bleibt über ($100 - 90 - 9 = 1$), der nicht zwischen beiden Boxen aufgeteilt werden kann, wenn das Verhältnis 10 zu 1 beibehalten wird. Weil es wahrscheinlicher ist, dass die Kugel aus Box 2 gezogen wurde, verteilt Person A diesen verbliebenen Punkt an diese Box.

Wichtige Frage: Was sollten Sie tun, wenn Sie Ihren Rang nicht kennen?

Beispiel 2

Person C kennt ihren Rang nicht, aber sie vermutet, dass sie nicht gut abgeschnitten hat. Sie glaubt, es gibt eine **40%ige Chance**, dass ihr Rang 8 ist.

Wenn sie die Kugel mit der Zahl „8“ sieht, muss sie entscheiden, wie viele Punkte sie den Boxen zuordnet. Sie entscheidet sich, **80 Punkte an Box 2** zu verteilen und **20 Punkte an Box 1**. Wie trifft sie ihre Entscheidung?

Person C glaubt, dass es eine 40%ige Chance gibt, dass ihr Rang 8 ist. Dies kann man sich vorstellen, als ob 4 von 10 Kugeln in Box 2 die Zahl „8“ auf sich stehen haben.

Es gibt **4-mal so viele Kugeln** mit der Zahl „8“ in Box 2 wie in Box 1 in diesem imaginären Szenario. Deshalb ist es **4-mal so wahrscheinlich**, dass die Kugel mit der Zahl „8“ aus Box 2 kommt. Die Anzahl der verteilten Punkte soll dies widerspiegeln. Person C entschied somit, 20 Punkte an Box 1 und 4-mal so viele (80 Punkte) an Box 2 verteilen.

Die Anzahl der verteilten Punkte zeigt, wie sicher Person C ist, dass ihr Rang 8 ist.

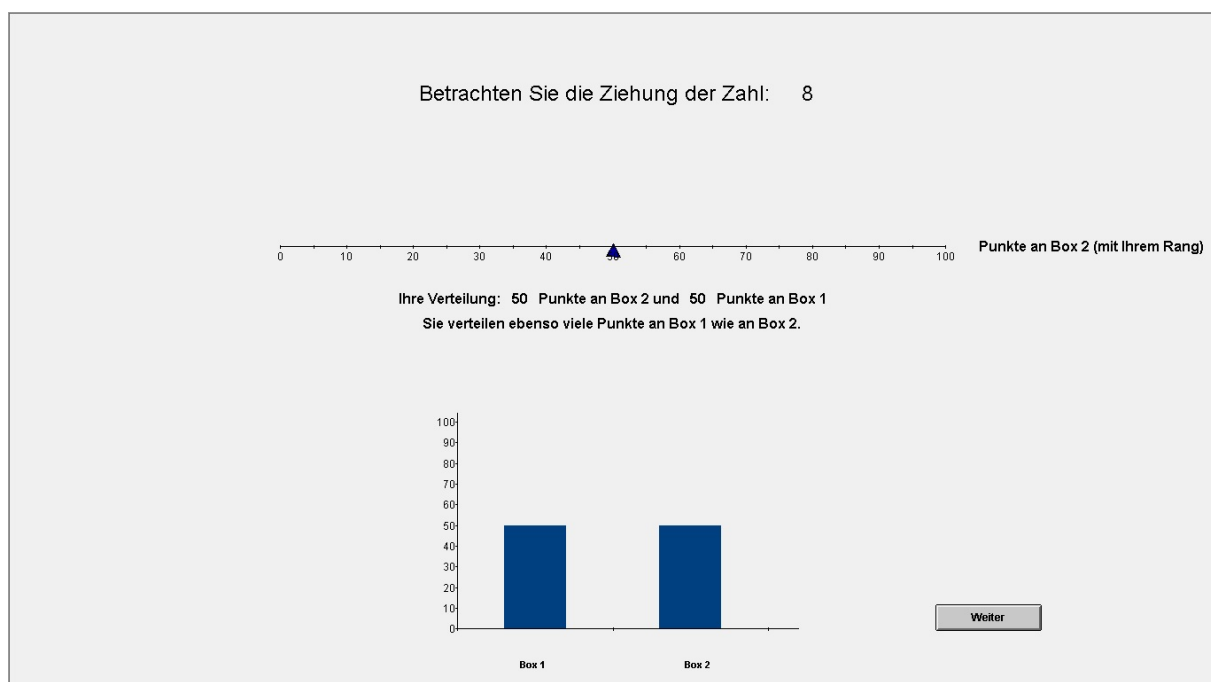
Eingabe Ihrer Entscheidung

Sie geben Ihre Entscheidung auf einer Benutzeroberfläche am Computer ein.

Die Benutzeroberfläche ist auf dem Bild unten gezeigt. Abgebildet ist dort eine Skala mit einem blauen Pfeil, der die aktuell ausgewählte Punktzahl anzeigt. **Die Skala informiert Sie darüber, wie viele Punkte Sie an Box 2 (mit Ihrem Rang) verteilt haben.** Für Ihre Entscheidung müssen Sie mit der Maus den Pfeil zu der gewünschten Position ziehen. Sie können den Pfeil wiederholt bewegen, um Ihre Auswahl zu korrigieren. Wenn Sie mit Ihrer Auswahl zufrieden sind, klicken Sie auf „Weiter“.

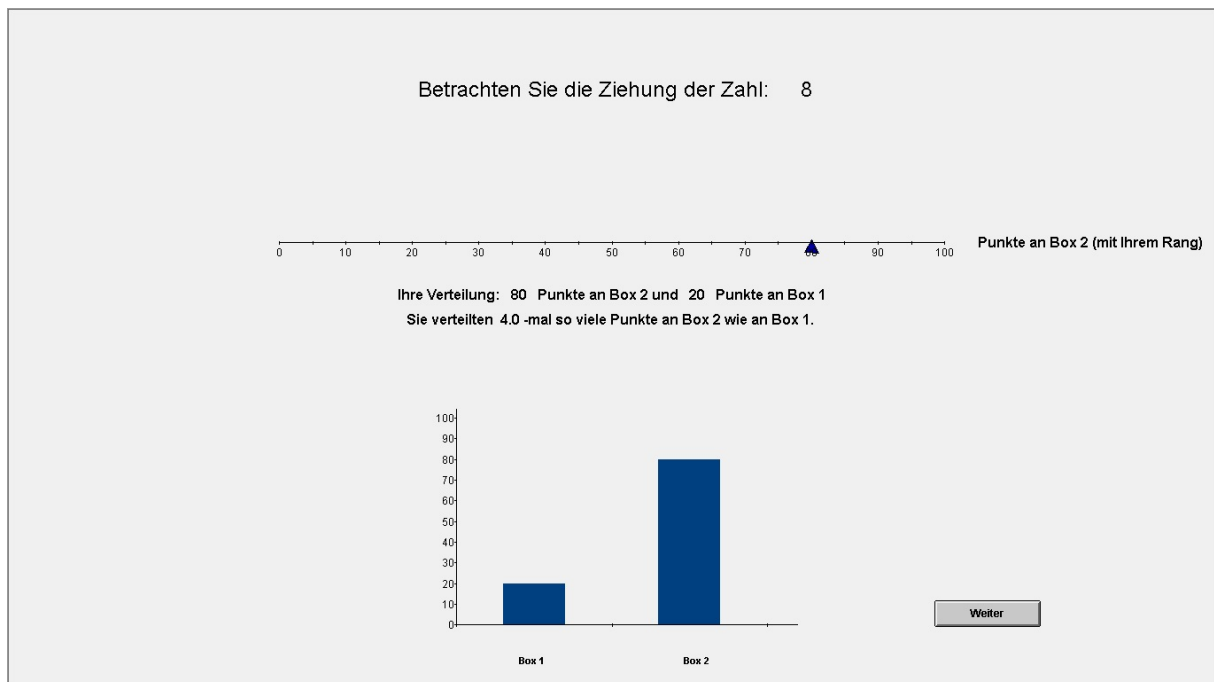
Der Text unter der Skala informiert Sie über das Verhältnis, in welchem Sie die Punkte verteilt haben. Die Grafik darunter visualisiert diese Verteilung.

Der Button „Weiter“ wird Sie zur nächsten Entscheidung bringen (Sie werden 10 Entscheidungen treffen, eine für jede Zahl). **Die Zahlen werden auf Ihrem Bildschirm in zufälliger Reihenfolge erscheinen.** Sie sollten sorgfältig über jede Ihrer Entscheidungen nachdenken, da diese in Ihre Bezahlung einfließen kann.



Beispiel 2 (fortgesetzt)

Person C glaubt, dass es **4-mal so wahrscheinlich** ist, dass die Kugel mit der Zahl „8“ aus Box 2 kommt. Ihre Benutzeroberfläche ist auf dem Bild auf der nächsten Seite dargestellt.



Die Bezahlung

Das Computerprogramm zieht eine Kugel für Sie aus einer der Boxen, wie oben beschrieben. Abhängig von der gezogenen Zahl, wird eine Ihrer Entscheidungen benutzt, und Sie werden für diese bezahlt (wenn die Zahl „2“ gezogen wird, zählt Ihre Entscheidung für die Zahl „2“ für die Bezahlung).

Ihre Bezahlung beruht auf der gleichen Methode* wie in der vorherigen Aufgabe.

Wir möchten Sie daran erinnern, was dies für Sie bedeutet: Ihre Chancen auf eine große Belohnung (12 Euro) sind am **größten**, wenn Sie Ihre Punkte in einer Art verteilen, die **Ihre ehrliche Einschätzung widerspiegelt**.

Wie viel würden Sie verlieren, wenn Sie die Punkte anders verteilen?

Stellen Sie sich vor, Sie hätten die Punkte nach Ihrer ehrlichen Einschätzung verteilt. Ihre Chancen, die große Belohnung zu erhalten, sind maximiert.

Wenn Sie P Punkte aus einer der Boxen nehmen würden und auf die andere verteilen würden (entgegen Ihrer Einschätzung), sinkt die Wahrscheinlichkeit der großen Belohnung um

$$\left(\frac{P}{100}\right)^2.$$

Wenn Sie zum Beispiel **10 Punkte** verschieben, sinkt die Wahrscheinlichkeit, die große Belohnung zu bekommen, um **1 %**.

* Wir werden eine Summe S basierend auf Ihrer Entscheidung berechnen:

$$S = 2 \cdot \frac{R}{100} - \left(\frac{R}{100} \cdot \frac{R}{100} + \frac{F}{100} \cdot \frac{F}{100} \right) + 1.$$

R steht in der Formel für „richtig“ und ist die Anzahl der Punkte, die an die korrekte Box verteilt wurden (die Box, aus der die Zahl gezogen wurde). F steht für „falsch“ und bezeichnet die Anzahl der Punkte, die an die andere (nicht korrekte) Box verteilt wurden.

Sie gewinnen eine große Belohnung von **12 Euro**, wenn die obige Summe größer ist als eine zufällig bestimmte gleichverteilte Zufallsvariable auf dem Intervall $[0, 2]$, und eine kleine Belohnung von **5 Euro** andernfalls.